

Liste der wichtigsten aussagenlogischen Schlussregeln

Regeln des GLK_J

Annahmeneinführung (AE)

$A \vdash A$

Konditionalisierung (K) bzw. Annahmeseitigung (AB)

$\Gamma, (A, \Gamma \vdash B) \vdash A \rightarrow B$

Modus Ponendo Ponens (MPP) bzw. Abtrennungsregel (ATR)

$A, A \rightarrow B \vdash B$

Modus Tollendo Tollens (MTT) bzw. Widerlegungsregel (WLR)

$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

Reductio ad absurdum (RAA)

$\Gamma, (A, \Gamma \vdash B \ \& \ \neg B) \vdash \neg A^1$

Doppelte Negatoreinführung (DNE) bzw. Stabilitätsprinzip (SP)

$A \vdash \neg\neg A$

Doppelte Negatorbeseitigung (DNB)

$\neg\neg A \vdash A$

Konjunktoreinführung ($\&E$)

$A, B \vdash A \ \& \ B$

¹Folgende direkte Schlussregeln werden auch als "Reductio ad absurdum" bezeichnet:
 $A \rightarrow B, A \rightarrow \neg B \vdash \neg A$
 $A \rightarrow B \ \& \ \neg B \vdash \neg A$

Konjunktorbeseitigung (&B)

$A \& B \vdash A$
 $A \& B \vdash B$

Disjunktoreinführung (\vee E)

$A \vdash A \vee B$

Disjunktorbeseitigung (\vee B)

$A \vee B, \Gamma, \Delta, (A, \Gamma \vdash C), (B, \Delta \vdash C) \vdash C$

Umformungsregeln für die Einführung und Beseitigung weiterer Junktoren

Bikonditional: (\leftrightarrow E) und (\leftrightarrow B)

$A \leftrightarrow B \dashv\vdash (A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A)$

Shefferstrich: ($|$ E, $|$ B)

$A | B \dashv\vdash \neg A \vee \neg B$
 $A | B \dashv\vdash \neg (A \& B)$

Strenger Disjunkt (\succ -E, \succ -B)

$A \succ B \dashv\vdash (A \vee B) \& \neg (A \& B)$
 $A \succ B \dashv\vdash (A \vee B) \& \neg (B \& A)$

Weitere Umformungsregeln

Pfeil-Elimination (PE)

PE \vee : $A \rightarrow B \dashv\vdash \neg A \vee B$
PE $\&$: $A \rightarrow B \dashv\vdash \neg (A \& \neg B)$

&-Definition (&Def)

&Def: $A \& B \dashv\vdash \neg (\neg A \vee \neg B)$

 \vee -Definition (\vee Def)

\vee Def: $A \vee B \dashv\vdash \neg (\neg A \& \neg B)$

De Morgans Gesetze (DMG)

DMG&: $\neg (A \& B) \dashv\vdash \neg A \vee \neg B$

DMG∨: $\neg (A \vee B) \dashv\vdash \neg A \& \neg B$

Idempotenz (IP)

IP&: $A \& A \dashv\vdash A$

IP∨: $A \vee A \dashv\vdash A$

Kommutativität (KOM)

KOM&: $A \& B \dashv\vdash B \& A$

KOM∨: $A \vee B \dashv\vdash B \vee A$

KOM↔: $A \leftrightarrow B \dashv\vdash B \leftrightarrow A$

Assoziativität (ASS)

ASS&: $((A \& B) \& C) \dashv\vdash (A \& (B \& C))$

ASS∨: $((A \vee B) \vee C) \dashv\vdash (A \vee (B \vee C))$

ASS↔: $((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C) \dashv\vdash (A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C))$

Distributivität (DIS)

DIS 1: $A \& (B \vee C) \dashv\vdash (A \& B) \vee (A \& C)$

DIS 2: $A \vee (B \& C) \dashv\vdash (A \vee B) \& (A \vee C)$

DIS 3: $(A \rightarrow C) \& (B \rightarrow C) \dashv\vdash A \vee B \rightarrow C$

DIS 4: $(A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C) \dashv\vdash A \rightarrow B \& C$

DIS 5: $(A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C) \dashv\vdash A \& B \rightarrow C$

DIS 6: $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C) \dashv\vdash A \rightarrow B \vee C$

Gesetz der Vertauschung der Voraussetzungen (VV)

$A \rightarrow (B \rightarrow C) \dashv\vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$

Aus dem GLK ableitbare direkte Schlussregeln

Modus Tollendo Ponens (MTP) bzw. adjunktiver Syllogismus (AS)

$\neg A, A \vee B \vdash B$

$\neg A, B \vee A \vdash B$

Modus Ponendo Tollens (MPT) bzw. konjunktiver Syllogismus (KS)

$A, \neg (A \& B) \vdash \neg B$

$A, \neg (B \& A) \vdash \neg B$

Klassisches Dilemma (KD)

$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$

Widerspruchsregel (WID) bzw. Unableitbarkeitsprinzip (UP)

$A \& \neg A \vdash B$

Monotonieregel (MON)

$A \rightarrow B \vdash A \& C \rightarrow B$

Abschwächungsregel (AR)

$A \vdash B \rightarrow A$

Verstärkungsregel (VR)

$A \rightarrow (A \rightarrow B) \vdash A \rightarrow B$

Kontraposition (KP) bzw. Gesetz der Wendung (W)

$A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$

Inverse Kontraposition (IKP) bzw. inverses Gesetz der Wendung (IW)

$\neg A \rightarrow \neg B \vdash B \rightarrow A$

Kettenschlussregel (KR)

$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$

Junktorimplikation $\&/\vee$ (JI $\&/\vee$)

$A \& B \vdash A \vee B$

$B \& A \vdash A \vee B$

Junktorimplikation $\&/\rightarrow$ (JI $\&/\rightarrow$)

$A \& B \vdash A \rightarrow B$

$B \& A \vdash A \rightarrow B$

**Aus GLK und \leftrightarrow E bzw. \leftrightarrow B ableitbare spezielle
Schlussregeln**

Spezieller Modus Ponendo Ponens (sMPP) bzw. spezielle Abtrennungsregel (sAR)

$A, A \leftrightarrow B \vdash B$

$A, B \leftrightarrow A \vdash B$

Spezieller Modus Tollendo Tollens (sMTT) bzw. spezielle Widerlegungsregel (sWR)

$$\neg B, A \leftrightarrow B \vdash \neg A$$
$$\neg B, B \leftrightarrow A \vdash \neg A$$

Spezielle Reductio ad absurdum (sRAA)

$$A \rightarrow (B \leftrightarrow \neg B) \vdash \neg A$$

Spezielle Kontraposition (sKP) bzw. spezielles Gesetz der Wendung (sWG)

$$A \leftrightarrow B \vdash \neg B \leftrightarrow \neg A$$
$$A \leftrightarrow B \vdash \neg A \leftrightarrow \neg B$$

Spezielle inverse Kontraposition (sIKP) bzw. spezielles inverses Gesetz der Wendung (sIW)

$$\neg A \leftrightarrow \neg B \vdash B \leftrightarrow A$$
$$\neg A \leftrightarrow \neg B \vdash A \leftrightarrow B$$

Spezielle Kettenschlussregel (sKR)

$$A \leftrightarrow B, B \leftrightarrow C \vdash A \leftrightarrow C$$
$$A \leftrightarrow B, B \leftrightarrow C \vdash C \leftrightarrow A$$
$$A \leftrightarrow B, C \leftrightarrow B \vdash A \leftrightarrow C$$
$$A \leftrightarrow B, C \leftrightarrow B \vdash C \leftrightarrow A$$
$$B \leftrightarrow A, B \leftrightarrow C \vdash A \leftrightarrow C$$
$$B \leftrightarrow A, B \leftrightarrow C \vdash C \leftrightarrow A$$

Vertauschungsregeln (VTR)

VTR $\&$: $A \leftrightarrow B \vdash A \& C \leftrightarrow B \& C$

VTR \vee : $A \leftrightarrow B \vdash A \vee C \leftrightarrow B \vee C$

VTR \rightarrow : $A \leftrightarrow B \vdash (A \rightarrow C) \leftrightarrow (B \rightarrow C)$

VTR \rightarrow : $A \leftrightarrow B \vdash (C \rightarrow A) \leftrightarrow (C \rightarrow B)$

VTR \leftrightarrow : $A \leftrightarrow B \vdash (A \leftrightarrow C) \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$

Junktorimplikation $\&/\leftrightarrow$ (JI $\&/\leftrightarrow$)

$$A \& B \vdash A \leftrightarrow B$$
$$B \& A \vdash A \leftrightarrow B$$

Fundamentale logische Gesetze

Gesetz der Identität (GI)

$$\vdash A \rightarrow A$$

Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch (GAW)

$$\vdash \neg(A \ \& \ \neg A)$$

Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten (GTD)

$$\vdash A \vee \neg A$$

Gesetze der doppelten Negation (GDN)

$$\text{GDN1: } \vdash A \rightarrow \neg\neg A$$

$$\text{GDN2: } \vdash \neg\neg A \rightarrow A$$